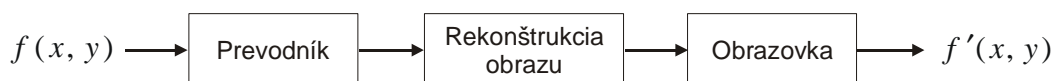


KAPITOLA 4 REKONŠTRUKCIA OBRAZU

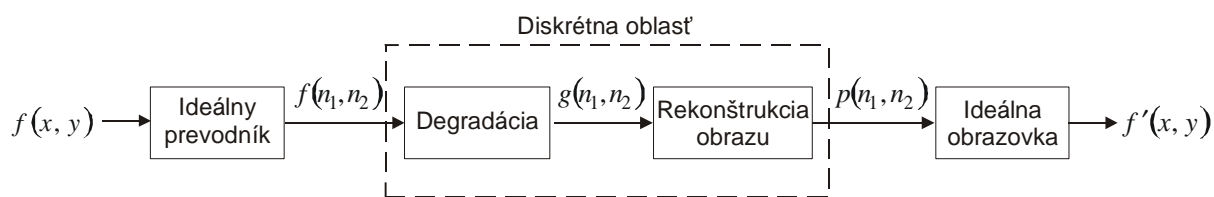
Rekonštrukcia obrazu zahŕňa postupy pre zníženie, resp. úplné odstránenie degradácie obrazu. V predchádzajúcich kapitolách sme sa zaoberali niektorými heuristickými metódami zvyšovania kvality obrazu. Zvyšovanie kvality úzko súvisí s rekonštrukciou obrazu. Rekonštrukcia obrazu, ktorý bol znehodnotený, často vedie k operáciám zlepšenia kvality. Pri rekonštrukcii však vychádzame z predpokladu, že vieme, ako má vyzerat' nedegradovaný obraz. Snažíme sa teda dosiahnuť pôvodnú kvalitu. Spravidla existuje matematicky podložený algoritmus založený na porovnaní s originálom. Tieto metódy sú potom zložitejšie než algoritmy zvyšovania kvality obrazu (Andrews, 1977, Gonzalez, 1987).

Všeobecná schéma systému na rekonštrukciu obrazu je na obr. 4.1. Ak predpokladáme, že prevodník a obrazovka sú ideálne, výstupná úroveň jasu (intenzita) obrazu $f'(x, y)$ je identická so vstupnou úrovňou jasu $f(x, y)$, pričom nie je potrebná žiadna rekonštrukcia obrazu. Reálne však ako prevodník, tak aj obrazovka vnášajú do obrazového signálu rôzne druhy šumu. Snahou systému pre rekonštrukciu obrazu je potom upraviť obrazový signál tak, aby sa výstup $f'(x, y)$ čo najviac podobal vstupu $f(x, y)$ (Lim, 1990).



Obr. 4.1 Všeobecná schéma systému na rekonštrukciu obrazu.

Pre zjednodušenie budeme predpokladať, že každá degradácia nastane pred vstupom do procesu rekonštrukcie (pozri obr. 4.2) a celý proces bude prebiehať v diskretnej oblasti. Potom môžeme označiť originálny diskretný obraz $f(n_1, n_2)$, degradovaný obraz $g(n_1, n_2)$ a výstup po rekonštrukcii $p(n_1, n_2)$. Samozrejme, v skutočnosti nie je zaručené, že každá degradácia bude odstránená, prípadne, že sa neobjaví ďalšia po procese rekonštrukcie (napr. aditívny šum v zobrazovacom zariadení).



Obr. 4.2 Rekonštrukcia obrazu v diskretnej oblasti. Predpokladáme, že každá degradácia nastane pred vstupom do procesu rekonštrukcie.

Každý druh degradácie sa odstraňuje iným algoritmom. Inak sa odstraňuje aditívny šum, inak zahmlenie. V nasledujúcich kapitolách si ukážeme, ako sa odstraňuje aditívny šum, zahmlenie, kombinovaný šum a šum závislý na signále, ktorý vzniká napríklad násobením. Tieto typy degradácií sa vyskytujú pri spracovaní obrazu najčastejšie.

4.1 ODHAD DEGRADÁCIE

V procese rekonštrukcie obrazu potrebujeme nejakým spôsobom charakterizovať, t.j. popísať degradáciu (šum). Jedným z prístupov je získať informáciu zo samotného degradovaného obrazu. Ak dokážeme v obraze identifikovať región, na ktorom je úroveň jasu aspoň približne rovnomerná (napríklad obloha), môžeme následne získať výkonovú spektrálnu hustotu alebo funkciu hustoty pravdepodobnosti náhodného šumu na pozadí z kolísania úrovne jasu v tomto regióne (Lim, 1990).

Iný prístup použijeme v prípade zahmlenia obrazu, ak dokážeme identifikovať región v degradovanom obraze, ktorého pôvodný obrazový signál poznáme. Vtedy môžeme odhadnúť funkciu zahmlenia $b(n_1, n_2)$, kde závislosť degradovaného obrazu od pôvodného je približne nasledovná

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2) \quad (4.1)$$

Ak by sme teda poznali originál $f(n_1, n_2)$ a degradovaný obraz $g(n_1, n_2)$, dokázali by sme odhadnúť zahmlenie $b(n_1, n_2)$. Ak $f(n_1, n_2)$ predstavuje Kroneckerov impulz, zahmlenie $b(n_1, n_2)$ je rovné $g(n_1, n_2)$. Tento fakt použijeme napríklad pri rekonštrukcii hviezdnej oblohy.

Ďalší spôsob, ako získať informáciu o degradácii, je analyzovať príčiny jej vzniku. Ako príklad sa často uvádza zahmlenie obrazu spôsobené pohybom pri expozícii snímky (Gonzalez, 1987). Tento proces môžeme v analógovej spojitej oblasti opísať nasledovne

$$g(x, y) = \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt \quad (4.2)$$

kde $x_0(t)$ a $y_0(t)$ reprezentujú horizontálny a vertikálny posun obrazu $f(x, y)$ v čase t a T je doba trvania expozície. Vo frekvenčnej oblasti po aplikácii Fourierovej transformácie vyjadríme rovnicu (4.2) nasledovne

$$\begin{aligned} G(\Omega_x, \Omega_y) &= \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-j\Omega_x x} e^{-j\Omega_y y} dx dy = \\ &= \int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt \right] \cdot e^{-j\Omega_x x} e^{-j\Omega_y y} dx dy \end{aligned} \quad (4.3)$$

kde $G(\Omega_x, \Omega_y)$ je Fourierova transformácia $g(x, y)$. Zjednodušením predchádzajúceho vzťahu dostaneme

$$G(\Omega_x, \Omega_y) = F(\Omega_x, \Omega_y) \cdot B(\Omega_x, \Omega_y) \quad (4.4a)$$

kde

$$B(\Omega_x, \Omega_y) = \frac{1}{T} \int_{t=-T/2}^{T/2} e^{-j\Omega_x x_0(t)} e^{-j\Omega_y y_0(t)} dt \quad (4.4b)$$

Zo vzťahu (4.4) je zrejmé, že zahmlenie obrazu spôsobené pohybom pri expozícii snímky môžeme popísať konvolúciou originálneho obrazu $f(x, y)$ s funkciou zahmlenia $b(x, y)$.

Funkcia zahmlenia má typicky dolnopriepustný charakter. V prípade expozície bez pohybu je $x_0(t) = 0$ a $y_0(t) = 0$, $B(\Omega_x, \Omega_y) = 1$ a $g(x, y) = f(x, y)$. V prípade lineárneho pohybu v smere osi x je $x_0(t) = kt$ a $y_0(t) = 0$. Potom sa $B(\Omega_x, \Omega_y)$ redukuje na

$$B(\Omega_x, \Omega_y) = \frac{\sin \frac{\Omega_x}{2} kT}{\frac{\Omega_x}{2} kT} \quad (4.5)$$

Podobným spôsobom môžeme tiež modelovať diskretný obraz $g(n_1, n_2)$

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2) \quad (4.6)$$

kde $B(\omega_1, \omega_2)$ je diskretná Fourierova transformácia (DFT) zahmlenia $b(n_1, n_2)$ a je upravenou verziou zápisu (4.4b). Ďalšími degradáciami, ktoré dokážeme určiť z popisu ich vzniku, sú napríklad rôzne zrnienia v obraze alebo zahmlenie spôsobené limitovanou difrakciou optiky.

4.2 REDUKCIA ADITÍVNYCH NÁHODNÝCH ŠUMOV

Model obrazu, ktorý je degradovaný aditívnym náhodným šumom, popisuje rovnica

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + v(n_1, n_2) \quad (4.7)$$

kde $v(n_1, n_2)$ reprezentuje aditívny náhodný šum, ktorý nie je závislý na signále $f(n_1, n_2)$ (Gonzalez, 1987, Lim, 1990).

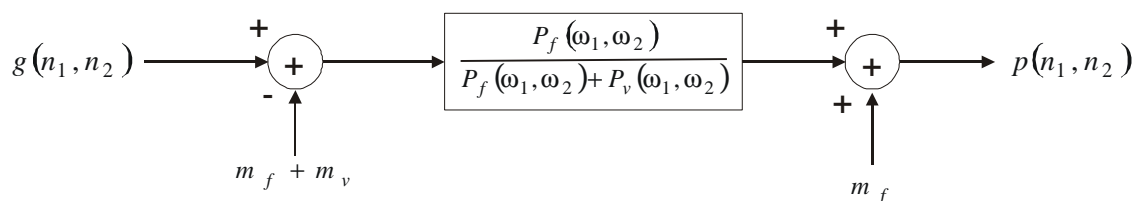
Typickí predstavitelia aditívnych šumov sú šumy elektrických obvodov, a v niektorých prípadoch aj amplitúdový kvantizačný šum. Úlohou algoritmov redukcie šumu je izolovať (popísať) šum v degradovanom obraze a následne ho z degradovaného obrazu odstrániť. V prípade aditívnych náhodných šumov je najčastejšie používanou metódou *Wienerova filtrácia*, ktorá rekonštruuje obraz vo frekvenčnej oblasti.

4.2.1 Wienerova filtrácia

Opíšme $f(n_1, n_2)$ a $v(n_1, n_2)$ ako lineárne nezávislé stacionárne náhodné procesy s nulovou strednou hodnotou a ich známe výkonové spektrálne hustoty (power spectral density, PSD) označme $P_f(\omega_1, \omega_2)$ a $P_v(\omega_1, \omega_2)$. Potom optimálny lineárny odhad minimálnej strednej kvadratickej chyby (mean square error, MSE) originálu $f(n_1, n_2)$ dostaneme filtráciou degradovaného obrazu $g(n_1, n_2)$ Wienerovým filtrom (Andrews, 1977, Lim, 1990, Gonzalez, 1992) s frekvenčnou charakteristikou

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} \quad (4.8)$$

Wienerova filtrácia podľa rovn. (4.8) bola odvodená za predpokladu, že $f(n_1, n_2)$ a $v(n_1, n_2)$ sú procesy s nulovou strednou hodnotou. Ak však má $f(n_1, n_2)$ strednú hodnotu m_f a $v(n_1, n_2)$ strednú hodnotu m_v , potom musíme tieto stredné hodnoty pred filtrovaním odpočítať od degradovaného obrazu $g(n_1, n_2)$. Upravený signál $g(n_1, n_2) - (m_f + m_v)$ následne filtrujeme Wienerovým filtrom a strednú hodnotu originálneho obrazu m_f na záver pripočítame k výslednému signálu. Tento proces je zobrazený na obr. 4.3. Wienerov filter má z pochopiteľných dôvodov nulovú fázu. Preto ovplyvňuje len magnitúdovú frekvenčnú charakteristiku signálu a neovplyvňuje fázovú charakteristiku.



Obr. 4.3 Nekauzálny Wienerov filter na odhad $f(n_1, n_2)$ s minimálnou chybou (MSE).

Wienerov filter vychádza z predpokladu, že spektrálne hustoty $P_f(\omega_1, \omega_2)$ a $P_v(\omega_1, \omega_2)$ sú známe alebo ich vieme odhadnúť (Lim, 1990). Odhad PSD šumu je zvyčajne možný a nie je príliš zložitý. Horšie je to s odhadom $P_f(\omega_1, \omega_2)$. Odhad PSD originálu uskutočníme napríklad získaním priemeru $|F(\omega_1, \omega_2)|^2$ pre veľa rôznych obrazov podobného obsahu. Ďalšou možnosťou je modelovať $P_f(\omega_1, \omega_2)$ jednoduchou funkciou, získanou napríklad pomocou niektorého z AR modelov obrazu:

$$R_f(n_1, n_2) = \rho^{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} \quad (4.9a)$$

$$P_f(\omega_1, \omega_2) = FT[R_f(n_1, n_2)] \quad (4.9b)$$

Wienerov filter vo všeobecnosti realizujeme vo frekvenčnej oblasti

$$p(n_1, n_2) = IDFT[G(k_1, k_2) \cdot H(k_1, k_2)] \quad (4.10)$$

Sekvence $G(k_1, k_2)$ a $H(k_1, k_2)$ reprezentujú diskretnú Fourierovu transformáciu (DFT) signálov $g(n_1, n_2)$ a $h(n_1, n_2)$. Veľkosť dávky DFT a inverznej DFT (IDFT) je $(N + M - 1) \times (N + M - 1)$, kde $N \times N$ je veľkosť obrazu a $M \times M$ je veľkosť filtra. Pretože dĺžky signálov sú konečné, vplyvom tzv. aliasingu nie je $p(n_1, n_2)$ identické s konvolúciou $g(n_1, n_2) * h(n_1, n_2)$. Sekvenčnú postupnosť diskretného filtra získame napríklad vzorkovaním spojitého filtra:

$$H(k_1, k_2) = H(\omega_1, \omega_2) \Big|_{\omega_1=2\pi k_1/L, \omega_2=2\pi k_2/L} \quad (4.11)$$

kde veľkosť postupnosti DFT a IDFT je $L \times L$.

Ako vidieť na obr. 4.4, Wienerov filter má zvyčajne charakter dolnopriepustného filtra. Na obr. 4.4a je zobrazený typický priebeh PSD originálneho signálu, ktorého amplitúda so vzrastom frekvencií klesá. PSD náhodného bieleho šumu je naopak konštantné pre všetky frekvencie (obr. 4.4b). Výsledný Wienerov filter podľa rovn. (4.8) má teda dolnopriepustný charakter (obr. 4.4c).

Pre objektívne porovnanie dvoch obrazových signálov obrazu sa často používa normalizovaná stredná kvadratická odchýlka (NMSE). NMSE rekonštruovaného obrazu od originálu je definovaná

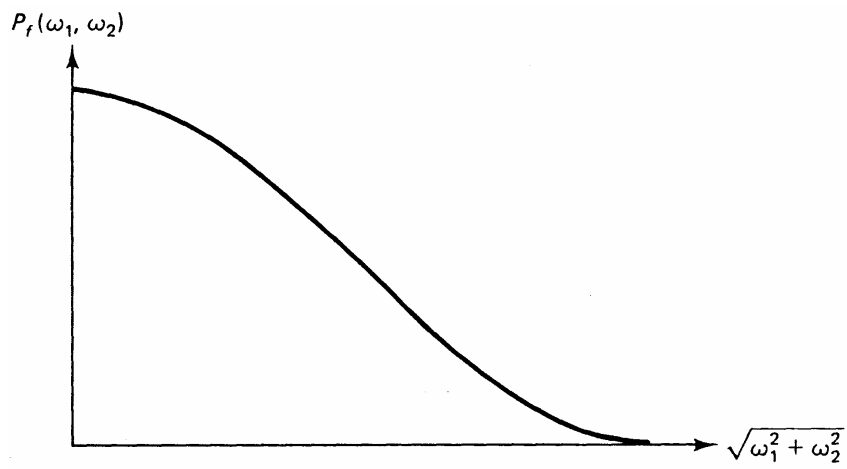
$$NMSE[f(n_1, n_2), p(n_1, n_2)] = 100 \times \frac{Var[f(n_1, n_2) - p(n_1, n_2)]}{Var[f(n_1, n_2)]} \% \quad (4.12)$$

kde $Var[\cdot]$ je rozptyl (variancia). Podobne môžeme definovať NMSE degradovaného obrazu od originálu. Zisk v odstupe signálu od šumu (signal-to-noise ratio, SNR) pri rekonštrukcii obrazu je potom definovaný

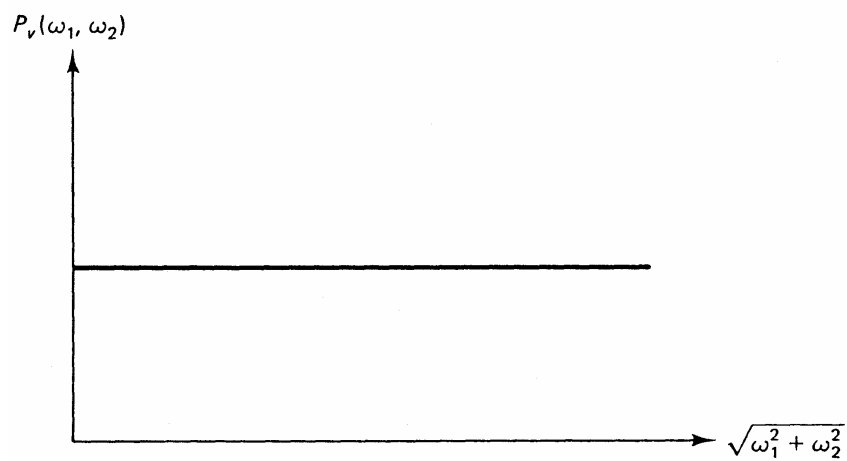
$$SNR_{zisk} = 10 \log_{10} \frac{NMSE[f(n_1, n_2), g(n_1, n_2)]}{NMSE[f(n_1, n_2), p(n_1, n_2)]} dB \quad (4.13)$$

pričom samotný odstup signálu od šumu (SNR) môžeme určiť pomocou vzťahu

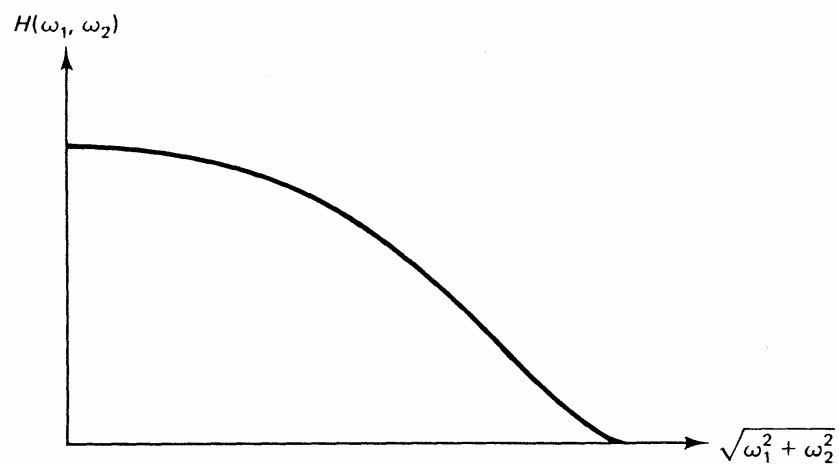
$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\text{Var}[f(n_1, n_2)]}{\text{Var}[v(n_1, n_2)]} [dB] \quad (4.14)$$



(a)



(b)

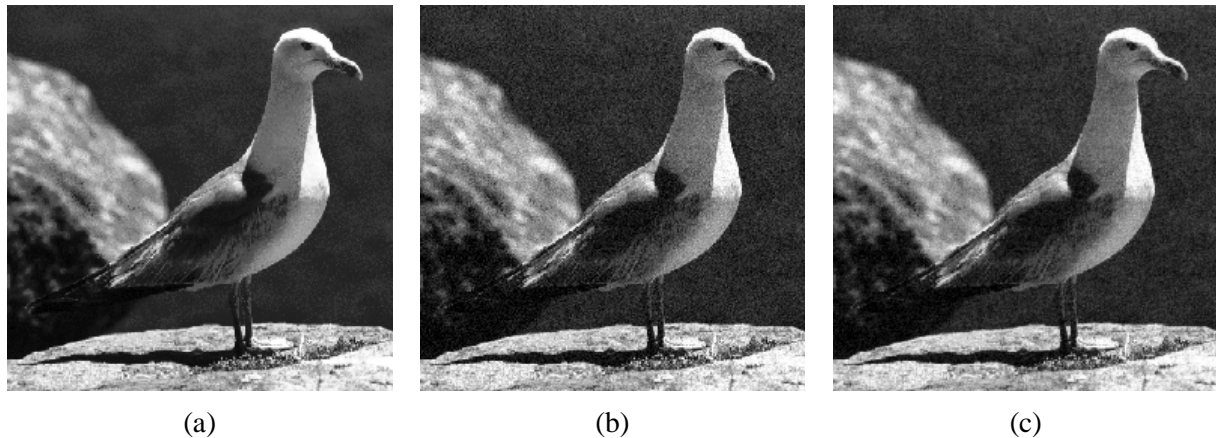


(c)

Obr. 4.4 Ilustrácia dolnopriepustného charakteru Wienerovho filtra.

Z pozorovaní platí, že pri tom istom type degradácie sa nám javí degradovaný, resp. rekonštruovaný obraz s nižšou NMSE bližší originálu ako obraz s vyššou NMSE. Čím nižšia je hodnota NMSE, tým je rekonštruovaný obraz bližší originálu. Toto je významný poznatok, no NMSE je stále len jednou z možných mier podobnosti. Pri rôznych typoch degradácie totiž nemusí platiť, že nižšia hodnota NMSE automaticky znamená väčšiu subjektívnu zhodu s originálom. Preto sa NMSE ani SNR nezvyknú používať na porovnávanie dvoch rôznych algoritmov.

Obrázok 4.5 ilustruje použitie Wienerovho filtra na rekonštrukciu obrazu. Na obr. 4.5a je originál obrazu 256x256 obrazových bodov, na obr. 4.5b je obraz degradovaný bielym šumom s nulovou strednou hodnotou a rozptylom rovným 150. Výsledok po filtrácii je na obr. 4.5c. Pri filtrácii bolo PSD šumu známe (konštantné), PSD originálu sme získali priemerom z desiatich podobných obrazov. Ako vidieť, Wienerov filter čiastočne odstránil šum na pozadí, no tiež čiastočne zahmlil obraz. Na vylepšenie rekonštruovaného obrazu v súčasnosti existuje viacero variácií Wienerovho filtra (Andrews, 1977, Lim, 1990), niektoré sú popísané v nasledujúcich kapitolách.



Obr. 4.5 Rekonštrukcia obrazu pomocou Wienerovej filtrácie: a) originál 256x256 obrazových bodov, b) degradovaný obraz, c) obraz rekonštruovaný Wienerovým filtrom.

4.2.2 Modifikácie Wienerovej filtrácie

Wienerova filtrácia, ktorú sme opísali v predchádzajúcej kapitole, je založená na minimalizácii MSE medzi originálom a rekonštruovaným obrazom. Objektívne kritériá (ako je aj MSE) však často málo hovoria o subjektívnom hodnotení kvality obrazu pozorovateľom. Z tohto dôvodu boli vytvorené viaceré modifikácie Wienerovej filtrácie (Andrews, 1977, Lim, 1990) založené na ľudskom vnímaní.

Jednou z modifikácií je metóda filtrácie výkonového spektra, tiež nazývaná *výkonová filtrácia*. V tejto metóde používame nasledovnú frekvenčnú charakteristiku filtra

$$H(\omega_1, \omega_2) = \left(\frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} \right)^{1/2} \quad (4.15)$$

$H(\omega_1, \omega_2)$ je teda druhá odmocnina frekvenčnej charakteristiky Wienerovho filtra. Ak $f(n_1, n_2)$ a $v(n_1, n_2)$ sú lineárne nezávislé vzorky stacionárneho náhodného procesu, potom rekonštruovaný obraz má výkonové spektrum zhodné s výkonovým spektrom originálu:

$$\begin{aligned} P_p(\omega_1, \omega_2) &= |H(\omega_1, \omega_2)|^2 P_g(\omega_1, \omega_2) \\ &= |H(\omega_1, \omega_2)|^2 (P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)) \end{aligned} \quad (4.16)$$

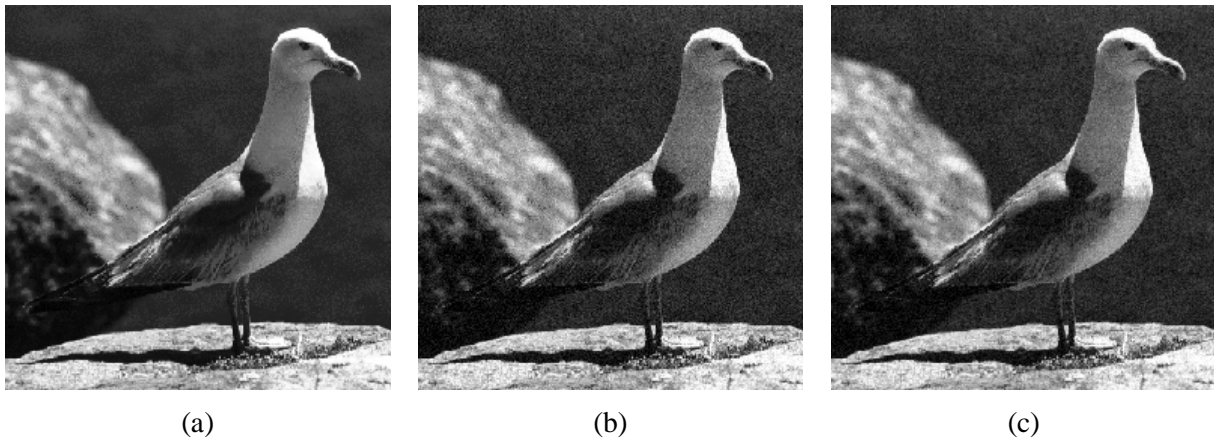
Dosadením (4.15) do (4.16):

$$P_p(\omega_1, \omega_2) = P_f(\omega_1, \omega_2) \quad (4.17)$$

Ďalšiu skupinu modifikácií tvoria Wienerove filtre s frekvenčnou charakteristikou

$$H(\omega_1, \omega_2) = \left(\frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + \alpha P_v(\omega_1, \omega_2)} \right)^\beta \quad (4.18)$$

kde α a β sú konštanty. Ak $\alpha = \beta = 1$, potom ide o štandardný Wienerov filter. Podobne pre $\alpha = 1$ a $\beta = 0,5$ ide o výkonovú filtráciu. Ak $\beta = 1$ a α je parameter, filter nazývame *parametrickým Wienerovým filtrom* (Lim, 1990). Parametrické filtre sú typicky dolnopriepustného charakteru s nulovou fázou. V každom prípade predpokladáme, že PSD šumu a originálu sú známe, resp. ich vieme určiť. Filtre sú zväčša implementované pomocou DFT a IDFT. Redukujú šum, ale tiež čiastočne zahmlievajú obraz. Ukážka aplikácie výkonového filtra je na obr. 4.6. Na obr. 4.6a je originál obrazu 256x256 obrazových bodov, na obr. 4.6b je obraz degradovaný bielym šumom s nulovou strednou hodnotou a rozptylom rovným 150. Výsledok po výkonovej filtrácii podľa rovn. (4.15) je na obr. 4.6c.



Obr. 4.6 Rekonštrukcia obrazu pomocou výkonovej filtrácie: a) originál 256x256 obrazových bodov, b) degradovaný obraz, c) rekonštruovaný obraz.

4.2.3 Adaptívne spracovanie obrazu

Dôvod rozmazania obrazu pri použití Wienerovho filtra je ten, že na spracovanie celého obrazu používame len jeden fixný filter. Wienerov filter bol odvodený za predpokladu, že charakteristiky signálu a šumu sú rovnaké vo všetkých častiach obrazu. Tento fakt viedol k vzniku priestorovo-invariantného filtra. V bežných prípadoch sú však charakteristiky obrazu odlišné pre rôzne časti obrazu. Preto je rozumné prispôbovať spracovanie obrazu zmenám charakteristík a zmenám degradácie. Myšlienka adaptívneho spracovania s prihliadnutím na lokálne charakteristiky obrazu sa využíva nielen pri rekonštrukcii obrazu, ale aj pri mnohých iných aplikáciách spracovania obrazu.

Pre adaptívne spracovanie obrazu boli vyvinuté dve základné metódy. V prvej, ktorú nazývame *spracovanie bod po bode*, upravujeme spracovanie zvlášť pre každý jeden bod obrazu. Napriek tomu, že pri tomto spôsobe každý bod obrazu spracovávame odlišne, proces je vysoko adaptívny a nespôsobuje umelú nespojitosť v intenzite obrazu. Proces je výpočtovo náročný, preto ho aplikujeme iba v priestorovej oblasti (Lim, 1990).

Druhý spôsob adaptívneho spracovania je *spracovanie blok po bloku*. Obraz rozdelíme na bloky, ktoré spracovávame osobitne a na záver z upravených blokov poskladáme výsledný spracovaný obraz. Veľkosť bloku sa pohybuje zväčša medzi 8x8 a 32x32 obrazových bodov. Pretože spracovanie

aplikované na blok je priestorovo-invariantnou operáciou, máme pri jeho implementácii viac flexibility ako pri implementácii spracovania bod po bode. Metóda spracovania blok po bloku je tiež menej výpočtovo náročná ako predchádzajúca metóda. Pretože sa každý blok spracováva odlišným spôsobom, vznikajú na hraniciach medzi susednými blokmi nespojitosti v intenzite. Tento jav nazývame *efekt delenia na bloky*, resp. *blokový efekt* (Andrews, 1977, Gonzalez, 1987). Pri niektorých operáciách s obrazom, ako je napríklad rekonštrukcia v prostredí s vysokým odstupom signálu od šumu, nie je efekt delenia na bloky viditeľný, preto ho pri týchto operáciách nemusíme odstraňovať.

Odstránenie efektu delenia obrazu na bloky dokážeme v niektorých prípadoch realizovať dolnopriepustnou filtráciou v oblastiach hraníc medzi blokmi obrazu. Inou metódou, ako odstrániť blokový efekt, je prekryvanie blokov obrazu. V tomto prípade získame blok aplikovaním okna $w_{ij}(n_1, n_2)$ na vstupný obraz $g(n_1, n_2)$. Okno $w_{ij}(n_1, n_2)$ volíme tak, aby vyhovovalo dvom podmienkam. Prvá sa dá vyjadriť nasledovne:

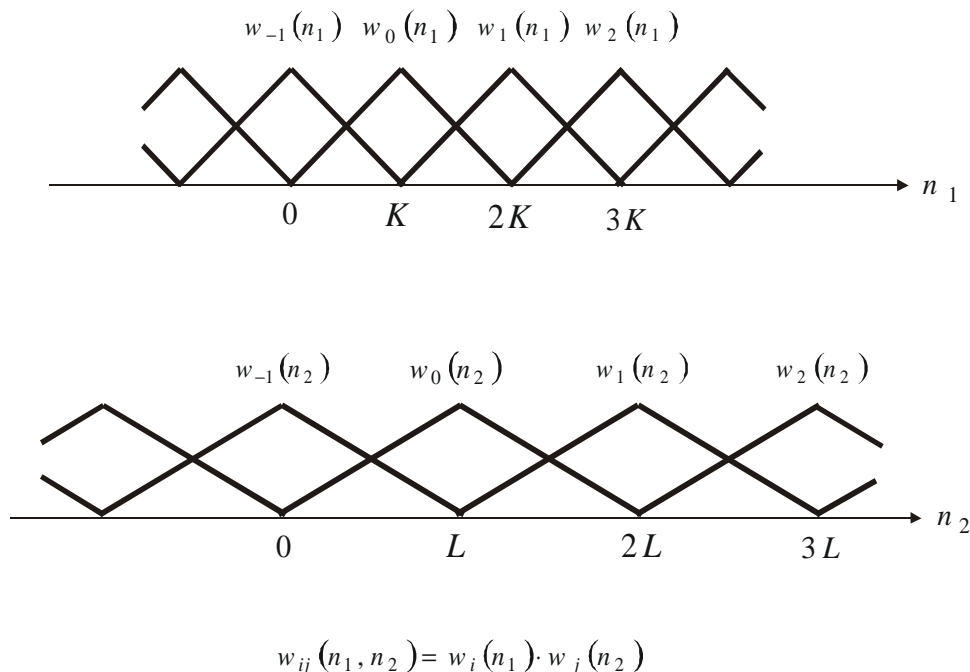
$$\sum_i \sum_j w_{ij}(n_1, n_2) = 1 \quad \text{pre } \forall (n_1, n_2) \quad (4.19)$$

Táto podmienka zabezpečuje, že sčítaním jednotlivých blokov pôvodného obrazu získame nezmenený vstupný obraz. Druhá podmienka vyžaduje, aby $w_{ij}(n_1, n_2)$ bola hladká funkcia, ktorej hodnota sa pri hraniciach okna blíži k nule.

Jedným z mnohých spôsobov, ako nájsť hladkú dvojrozmernú oknovú funkciu, ktorá spĺňa obe horeuvedené podmienky, je vytvorenie separovateľného dvojrozmerného okna súčinom dvoch jednorozmerných okien, ktoré spĺňajú podobné podmienky:

$$w_{ij}(n_1, n_2) = w_i(n_1)w_j(n_2) \quad (4.20)$$

Príkladom aplikovateľných oknových funkcií sú separovateľné dvojrozmerné trojuholníkové a Hammingove okná, ktoré sa prekryvajú so susednými oknami v jednej polovici každého rozmeru. Takéto trojuholníkové okno je zobrazené na obr. 4.7.

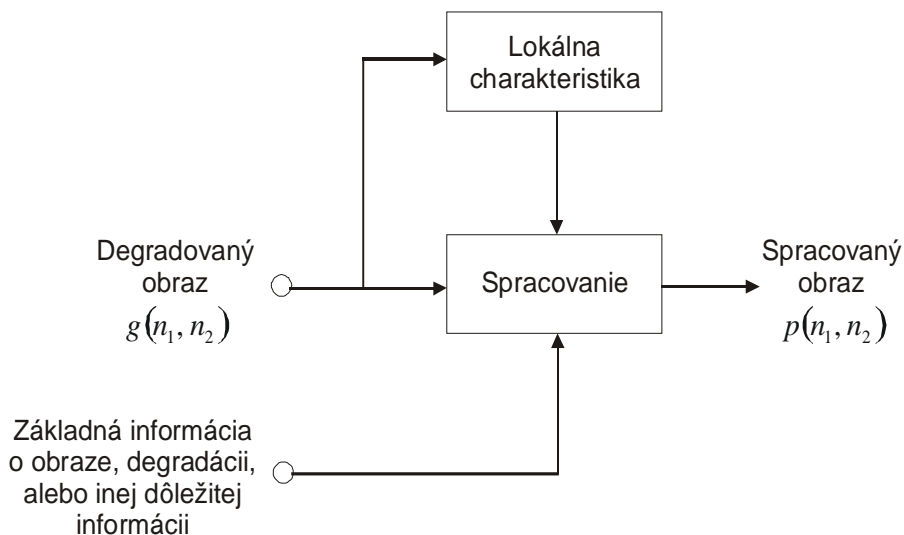


Obr. 4.7 Príklad dvojrozmerného separovateľného trojuholníkového okna.

Všeobecná schéma systému adaptívneho spracovania obrazu je na obr. 4.8. Údaje o lokálnych charakteristikách získavame pri spracovaní z dvoch zdrojov. Jedným zdrojom je apriórna znalosť riešeného problému – môžeme napríklad predpokladať, aký druh obrazu budeme spracovávať.

Druhým zdrojom informácií je samotný spracovávaný obraz. Napríklad podľa lokálneho rozptylu intenzít vieme určiť, či sa v danej oblasti nachádzajú nejaké podstatné vysokofrekvenčné detaily.

Ak adaptívne spracovanie obrazu použijeme pri rekonštrukcii obrazu poškodeného aditívnym náhodným šumom, sme schopní odstrániť šum bez toho, aby sme obraz podstatne rozmazali (Lim, 1990).



Obr. 4.8 Všeobecná schéma adaptívneho spracovania obrazu (Lim, 1990).

4.2.4 Adaptívna Wienerova filtrácia

Väčšinu adaptívnych algoritmov na rekonštrukciu obrazu, ktorý bol poškodený aditívnym šumom, môžeme reprezentovať systémom na obr. 4.9. Z poškodeného obrazu a apriórnej znalosti o obraze vieme určiť isté množstvo informácií o lokálnych detailoch v nepoškodenom obraze. Jednou z takýchto informácií je aj lokálny rozptyl. Na základe lokálnych informácií navrhne priestorovo-variantný (adaptívny) filter, ktorý popisuje impulzová charakteristika $h(n_1, n_2)$. Tento filter potom aplikujeme na poškodený obraz v tej oblasti, pre ktorú sme ho navrhli. Ak je šum širokopásmový, potom $h(n_1, n_2)$ má dolnopriepustný charakter. Na homogénne oblasti bez detailov, kde je šum dobre viditeľný, použijeme prísnejšiu DP filtráciu s nižšou hraničnou frekvenciou, aby sme odstránili čo najviac šumu. V oblastiach s vysokým kontrastom, napríklad pri hranách objektov, použijeme menej prísnu DP filtráciu (s vyššou hraničnou frekvenciou), aby sme do obrazu nevniesli zahmlenie (Lim, 1990).

Je možné vymyslieť veľké množstvo rôznych algoritmov adaptívnej filtrácie, pričom pri vývoji algoritmu záleží na mnohých faktoroch. Jednou z alternatív je adaptívne navrhnuť a implementovať Wienerov filter. Wienerova filtrácia si vyžaduje znalosť strednej hodnoty originálneho obrazového signálu m_f , strednej hodnoty šumu m_v , výkonového spektra originálu $P_f(\omega_1, \omega_2)$ a výkonového spektra šumu $P_v(\omega_1, \omega_2)$. Tieto parametre môžeme zisťovať aj lokálne, čo vedie k priestorovo-variantnému (adaptívnemu) Wienerovmu filtru. Ukážme si jeden z možných adaptívnych algoritmov. Predpokladajme, že aditívny šum má nulovú strednú hodnotu a jeho rozptyl je σ_v^2 . Jeho výkonové spektrum je potom

$$P_v(\omega_1, \omega_2) = \sigma_v^2 \quad (4.21)$$

Uvažujme malú lokálnu oblasť, na ktorej je signál $f(n_1, n_2)$ stacionárny. V takejto oblasti signál modelujeme nasledovne

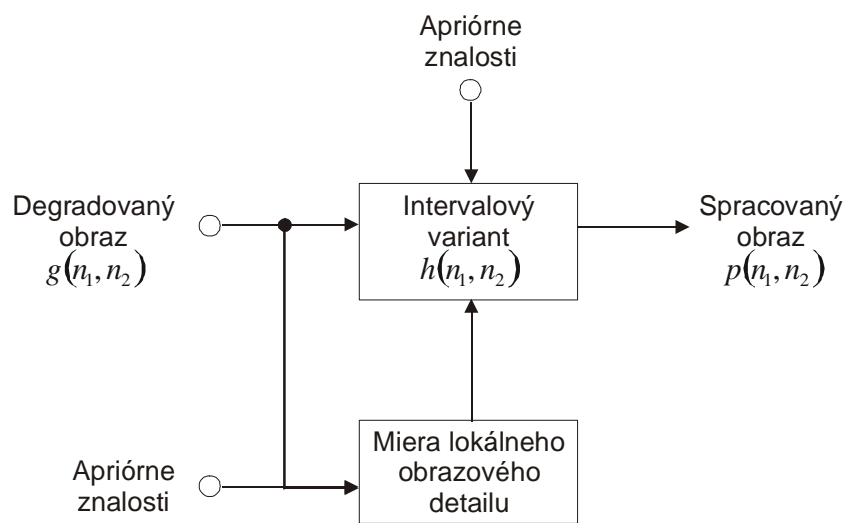
$$f(n_1, n_2) = m_f + \sigma_f w(n_1, n_2) \quad (4.22)$$

kde m_f a σ_f reprezentujú lokálnu strednú hodnotu a smerodajnú odchýlku signálu $f(n_1, n_2)$ a $w(n_1, n_2)$ je biely šum s nulovou strednou hodnotou a jednotkovým rozptylom. Wienerov filter $H(\omega_1, \omega_2)$ na lokálnej oblasti je potom definovaný

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} = \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} \quad (4.23)$$

Z rovn. (4.23) pre impulzovú odpoveď filtra platí

$$h(n_1, n_2) = \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} \delta(n_1, n_2) \quad (4.24)$$



Obr. 4.9 Typický adaptívny systém na rekonštrukciu obrazu, ktorý bol degradovaný aditívnym šumom (Lim, 1990).

Podľa vzťahu (4.24) a obr. 4.3 môžeme spracovaný obraz $p(n_1, n_2)$ vyjadriť na lokálnej oblasti takto:

$$\begin{aligned} p(n_1, n_2) &= m_f + (g(n_1, n_2) - m_f) * \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} \delta(n_1, n_2) = \\ &= m_f + (g(n_1, n_2) - m_f) \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Ak predpokladáme, že σ_f^2 a m_f aktualizujeme v každom obrazovom bode, potom

$$p(n_1, n_2) = m_f(n_1, n_2) + (g(n_1, n_2) - m_f(n_1, n_2)) \frac{\sigma_f^2(n_1, n_2)}{\sigma_f^2(n_1, n_2) + \sigma_v^2} \quad (4.26)$$

Algoritmus založený na rovn. (4.26) je špeciálnym prípadom dvojkanálového spracovania. Pri dvojkanálovom spracovaní obraz rozkladáme na dve časti, a to lokálnu strednú hodnotu $m_f(n_1, n_2)$ a

lokálny kontrast vyjadrený rozdielom $g(n_1, n_2) - m_f(n_1, n_2)$. Lokálnu strednú hodnotu a lokálny kontrast modifikujeme oddelene a výsledky sčítavame (Lim, 1990). V prípade rovn. (4.26) ponechávame lokálnu strednú hodnotu nezmenenú, kým lokálny kontrast vážujeme pomocou relatívnych amplitúd σ_f^2 a σ_v^2 . Ak je σ_f^2 omnoho väčšia ako σ_v^2 , predpokladáme, že lokálny kontrast signálu $g(n_1, n_2)$ súvisí výhradne s originálom $f(n_1, n_2)$, preto ho nekalibrujeme. V tomto prípade je výstup $p(n_1, n_2)$ približne rovný vstupu $g(n_1, n_2)$. Ak je σ_f^2 naopak omnoho menšia ako σ_v^2 , predpokladáme významný vplyv šumu, preto lokálny kontrast podstatne redukuje. V tomto prípade je výstup $p(n_1, n_2)$ približne rovný strednej hodnote m_f .

Treba si uvedomiť, že stredné hodnoty m_f a m_g sú zhodné, ak je stredná hodnota šumu m_v nulová. Potom môžeme $m_f(n_1, n_2)$ v rovn. (4.26) odhadnúť nasledovne

$$\hat{m}_f(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k_1=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{k_2=n_2-M}^{n_2+M} g(k_1, k_2) \quad (4.27)$$

kde konštanta $(2M+1)^2$ reprezentuje počet bodov v lokálnej oblasti, ktoré použijeme pri odhade. V rámci lokálnej oblasti môžeme rozptyl $\sigma_f^2(n_1, n_2)$ považovať za priestorovo invariantný. Preto dosadením $\hat{m}_f(n_1, n_2)$ z rovn. (4.27) za strednú hodnotu $m_f(n_1, n_2)$ v rovn. (4.26) získame vzťah

$$p(n_1, n_2) = g(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \quad (4.28a)$$

kde

$$h(n_1, n_2) = \begin{cases} \frac{\sigma_f^2 + \frac{\sigma_v^2}{(2M+1)^2}}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} & n_1 = n_2 = 0 \\ \frac{\sigma_v^2}{(2M+1)^2} & -M \leq n_1 \leq M, -M \leq n_2 \leq M \\ 0 & \text{inak} \end{cases} \quad (4.28b)$$

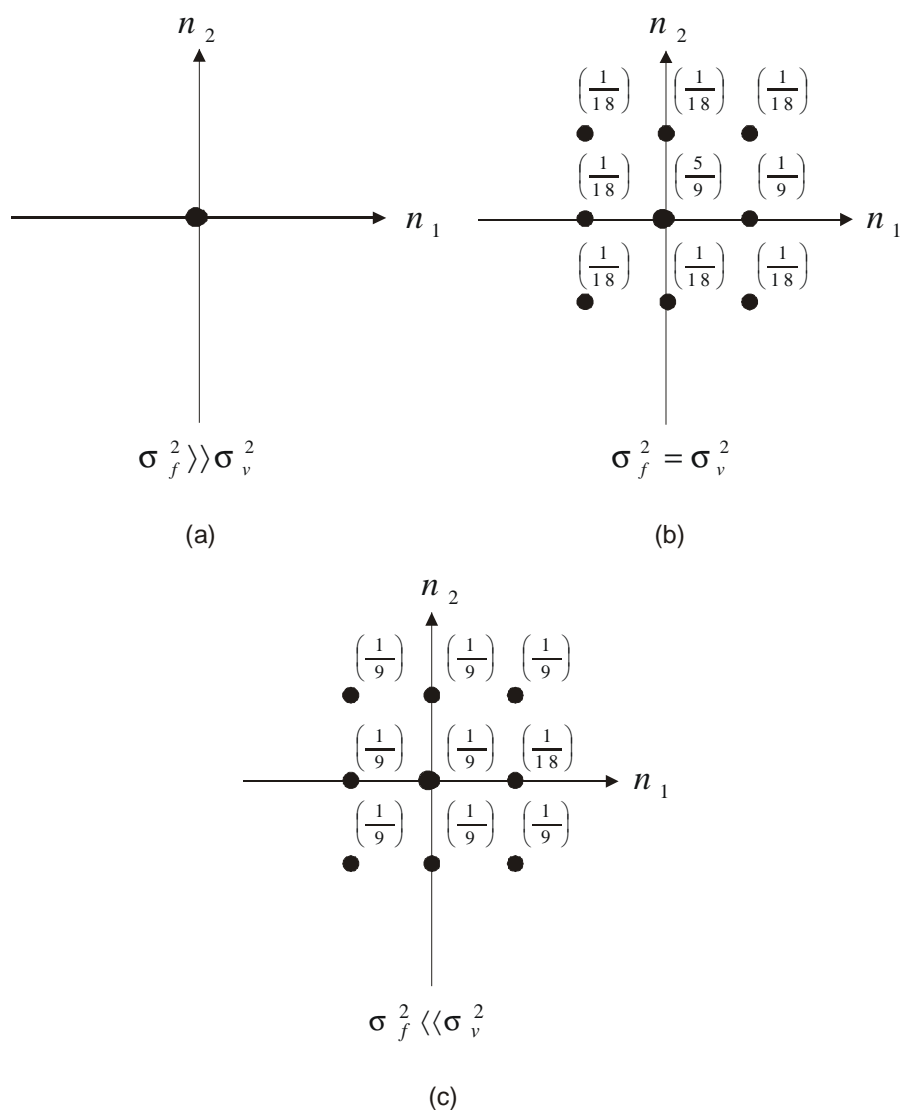
Filtre $h(n_1, n_2)$, pre prípady $\sigma_f^2 \gg \sigma_v^2$, $\sigma_f^2 = \sigma_v^2$, $\sigma_f^2 \ll \sigma_v^2$ a pre M rovné jednej sú znázornené na obr. 4.10. Zostrojenie priestorovo-variantného filtra $h(n_1, n_2)$ je v tomto prípade jednoduché, keďže ide o malé FIR filtre (filtre s konečnou impulzovou odpoveďou) veľkosti 3x3, 5x5, alebo 7x7 bodov.

Keďže platí rovnosť $\sigma_g^2 = \sigma_f^2 + \sigma_v^2$, pre odhad rozptylu σ_f^2 zo signálu $g(n_1, n_2)$ použijeme nasledujúci vzťah:

$$\hat{\sigma}_f^2(n_1, n_2) = \begin{cases} \hat{\sigma}_g^2(n_1, n_2) - \sigma_v^2, & \hat{\sigma}_g^2(n_1, n_2) > \sigma_v^2 \\ 0, & \text{inde} \end{cases} \quad (4.29a)$$

kde

$$\hat{\sigma}_g^2(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k_1=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{k_2=n_2-M}^{n_2+M} (g(k_1, k_2) - \hat{m}_f(n_1, n_2))^2 \quad (4.29b)$$



Obr. 4.10 Impulzová odpoveď priestorovo-variantného (adaptívneho) filtra určeného na rekonštrukciu obrazu ako funkcia σ_f^2 a σ_v^2 . Ak je $\sigma_f^2 \gg \sigma_v^2$, filter je veľmi podobný $\delta(n_1, n_2)$. So vzrastom σ_v^2 relatívne ku σ_f^2 dosahuje $h(n_1, n_2)$ tvar obdĺžnikového okna.

Odhad lokálnej strednej hodnoty $\hat{m}_f(n_1, n_2)$ vieme vypočítať podľa rovn. (4.27) a predpokladáme, že rozptyl σ_v^2 je známy.

Na výstupe adaptívneho Wienerovho filtra môžeme očakávať lepšie výsledky ako na výstupe obyčajného, resp. výkonového Wienerovho filtra. Zo vstupného degradovaného obrazu odstráni adaptívny filter významné množstvo šumu bez súčasného zahmlenia obrazu. Ak by sme použili neadaptívnu Wienerovu filtráciu, rovnaké množstvo šumu by sme bez vzniku zahmlenia nedokázali odstrániť.

4.3 REDUKCIA ZAHMLLENIA

Obraz degradovaný zahmlením môžeme modelovať rovnicou

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2) \quad (4.30)$$

Vo vzťahu (4.30) je degradovaný (zahmlený) obraz výsledkom konvolúcie originálneho obrazu s impulzovou charakteristikou $b(n_1, n_2)$. Dvojmerná postupnosť $b(n_1, n_2)$ sa nazýva *funkcia zahmlenia* alebo tzv. "point spread function". Predstavuje zlé zaostrenie, pohyb pri expozícii snímky alebo atmosferickú turbulenciu (Andrews, 1977, Lim, 1990).

Problém redukcie zahmlenia môžeme rozdeliť do dvoch kategórií. Prvou je problém dekonvolúcie (spätnej konvolúcie), v ktorom je zahmlenie $b(n_1, n_2)$ známa funkcia. Druhou kategóriou je problém tzv. *slepej dekonvolúcie*, kde $b(n_1, n_2)$ je neznáma funkcia. Preto funkciu zahmlenia musíme najprv odhadnúť z dostupných informácií a následne vykonať dekonvolúciu.

4.3.1 Inverzná filtrácia

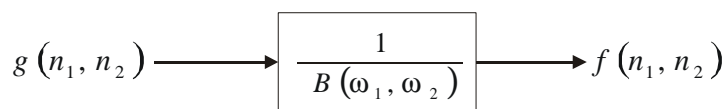
Predpokladajme, že funkcia zahmlenia $b(n_1, n_2)$ je známa, potom problém odstránenia degradácie obrazu riešime tzv. *inverznou filtráciou* (Andrews, 1977, Gonzalez, 1987, Lim, 1990). Z rovn. (4.30) aplikovaním Fourierovej transformácie dostaneme

$$G(\omega_1, \omega_2) = F(\omega_1, \omega_2)B(\omega_1, \omega_2) \quad (4.31)$$

resp.

$$F(\omega_1, \omega_2) = \frac{G(\omega_1, \omega_2)}{B(\omega_1, \omega_2)} \quad (4.32)$$

Systém, ktorý získa originál $f(n_1, n_2)$ z degradovaného obrazu $g(n_1, n_2)$ podľa vzťahu (4.32), nazveme inverzným filtrom (obr. 4.11).



Obr. 4.11 Schéma rekonštrukcie obrazu inverznou filtráciou.

Filter na obrázku je veľmi citlivý na šum. Ak je hodnota $B(\omega_1, \omega_2)$ príliš malá, prevrátená hodnota $1/B(\omega_1, \omega_2)$ je veľmi veľká, a aj jemný šum v oblastiach frekvencií s veľkou hodnotou $1/B(\omega_1, \omega_2)$ môže byť veľmi zvýraznený. Jedna z možností, ako obmedziť prílišnú citlivosť šumu, je limitovať frekvenčnú charakteristiku $1/B(\omega_1, \omega_2)$ pomocou prahu γ nasledovne

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} \frac{1}{B(\omega_1, \omega_2)}, & \left| \frac{1}{B(\omega_1, \omega_2)} \right| < \gamma \\ \gamma \frac{1}{|B(\omega_1, \omega_2)|}, & \text{inde} \end{cases} \quad (4.33)$$

Inverzný filter $1/B(\omega_1, \omega_2)$ a jeho predchádzajúcu modifikáciu môžeme implementovať niekoľkými spôsobmi. Napríklad môžeme navrhnúť filter, ktorého frekvenčná odozva aproximuje

požadovanú charakteristiku a následne aplikovať konvolúciu so zahmleným obrazom. Alebo môžeme navrhnúť systém používajúci DFT a IDFT analogicky s diskretnou implementáciou Wienerovho filtra.

Jednou zo zaujímavých metód implementácie inverzného filtra je iteratívna procedúra, kde odhad signálu $f(n_1, n_2)$ aktualizujeme po každej iterácii (Lim, 1990). Nech $\hat{f}_k(n_1, n_2)$ je signál odhadnutý po k -tej iterácii. Ak $\hat{f}_k(n_1, n_2)$ je dobrý odhad $f(n_1, n_2)$, $\hat{f}_k(n_1, n_2) * b(n_1, n_2)$ je blízke $g(n_1, n_2)$. Signál odhadnutý po $k+1$ iteráciách $\hat{f}_{k+1}(n_1, n_2)$ dostaneme pripočítaním korekčného člena ku $\hat{f}_k(n_1, n_2)$. Korekčný člen je tvorený súčinom váhovacej konštanty δ a rozdielu medzi $g(n_1, n_2)$ a $\hat{f}_k(n_1, n_2) * b(n_1, n_2)$. Počiatočný odhad a iteračný proces popisujú vzťahy:

$$\hat{f}_0(n_1, n_2) = \delta g(n_1, n_2) \quad (4.34a)$$

$$\hat{f}_{k+1}(n_1, n_2) = \hat{f}_k(n_1, n_2) + \delta (g(n_1, n_2) - \hat{f}_k(n_1, n_2) * b(n_1, n_2)) \quad (4.34b)$$

kde δ je kladná konštanta, ktorá zaručuje konvergenciu iteračného procesu. Popis procesu vo frekvenčnej oblasti je nasledovný

$$\hat{F}_0(\omega_1, \omega_2) = \delta G(\omega_1, \omega_2) \quad (4.35a)$$

$$\hat{F}_{k+1}(\omega_1, \omega_2) = \hat{F}_k(\omega_1, \omega_2) + \delta (G(\omega_1, \omega_2) - \hat{F}_k(\omega_1, \omega_2) B(\omega_1, \omega_2)) \quad (4.35b)$$

Riešením rekurzcie (4.35) získame

$$\begin{aligned} \hat{F}_k(\omega_1, \omega_2) &= \delta G(\omega_1, \omega_2) [1 + (1 - \delta B(\omega_1, \omega_2)) + \dots + (1 - \delta B(\omega_1, \omega_2))^k] = \\ &= \frac{G(\omega_1, \omega_2)}{B(\omega_1, \omega_2)} [1 - (1 - \delta B(\omega_1, \omega_2))^{k+1}] \end{aligned} \quad (4.36)$$

Pre $k \rightarrow \infty$ sa $\hat{F}_k(\omega_1, \omega_2) \rightarrow G(\omega_1, \omega_2) / B(\omega_1, \omega_2)$, t.j. blíži sa k vzťahu pre rekonštrukciu inverzným filtrom (4.32) za predpokladu, ak

$$|1 - \delta B(\omega_1, \omega_2)| < 1 \quad (4.37)$$

To znamená, že ak predpokladáme existenciu váhovacej konštanty δ , ktorá vyhovuje podmienke (4.37), potom môžeme aplikovať inverzný filter iteračným algoritmom podľa vzťahu (4.34). Výhodou procesu je, že je možné ho zastaviť po konečnom počte iterácií. Výsledok potom síce nie je totožný s výsledkom inverznej filtrácie podľa vzťahu (4.32), resp. (4.33), no v niektorých prípadoch je menej citlivejší na prítomnosť šumu.

Na obr. 4.12 je zobrazený účinok inverznej filtrácie. Obr. 4.12a predstavuje originál 256x256 obrazových bodov, na obr. 4.12b je obraz zahmlený konvolúciou s diskretnou funkciou zahmlenia rozmeru 5x5 bodov. Zahmlený obraz je väčší ako pôvodný, preto sme ho orezali pravouhlým oknom veľkosti 256x256 bodov:

$$g(n_1, n_2) = [f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2)] \cdot w(n_1, n_2) \quad (4.38)$$

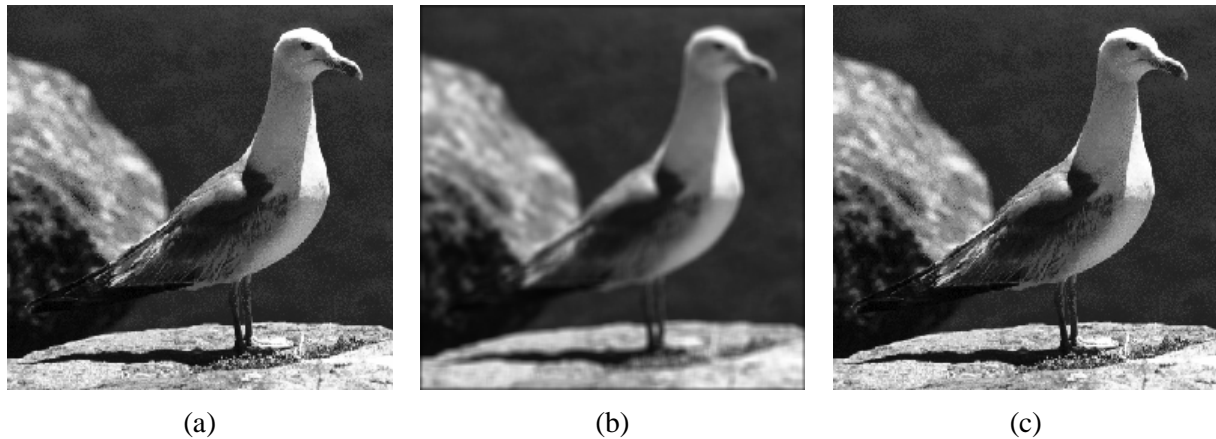
Obr. 4.12c reprezentuje výsledok po inverznej filtrácii:

$$p(n_1, n_2) = IDFT[G(k_1, k_2)H(k_1, k_2)] \quad (4.39)$$

kde $G(k_1, k_2)$ je DFT $g(n_1, n_2)$ a $H(k_1, k_2)$ získame podľa vzťahu (4.40).

$$H(k_1, k_2) = \frac{1}{B(\omega_1, \omega_2)} \Big|_{\omega_1=2\pi k_1/N, \omega_2=2\pi k_2/N} \quad (4.40)$$

Pri DFT a IDFT sú použité veľkosti 256x256 bodov. Pri absencii šumu a veľmi nízkych hodnotách $B(\omega_1, \omega_2)$ je inverzná filtrácia dostatočne účinná aj napriek tomu, že degradovaný obraz $g(n_1, n_2)$ je v rovn. (4.38) ovplyvnený použitím okna.



Obr. 4.12 Rekonštrukcia obrazu inverznou filtráciou: a) originál 256x256 obrazových bodov, b) zahmlený obraz, c) výsledok po rekonštrukcii.

4.3.2 Algoritmy slepej dekonvolúcie

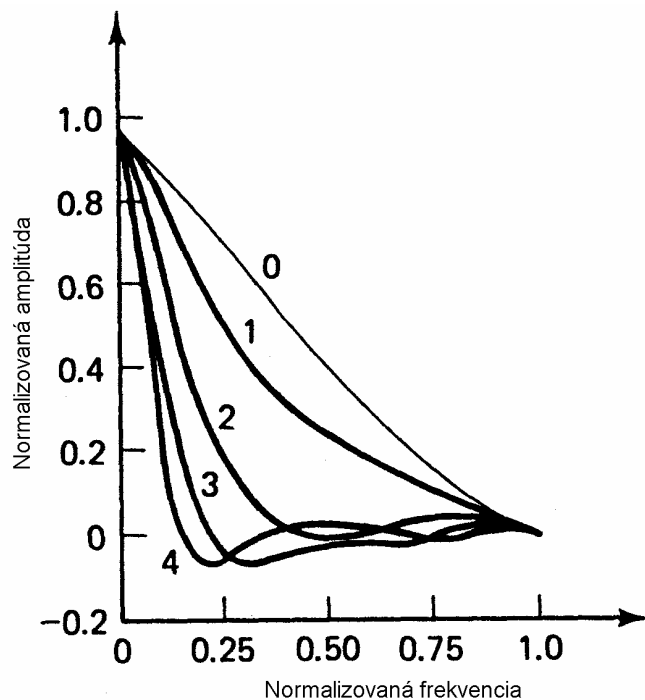
Ak je funkcia zahmlenia $b(n_1, n_2)$ neznáma, musíme ju odhadnúť pred aplikovaním inverznej filtrácie. Keďže sa pokúšame o dekonvolúciu $g(n_1, n_2)$ bez dôkladnej znalosti $b(n_1, n_2)$, proces nazývame *slepá dekonvolúcia* (Lim, 1990).

Pokiaľ nevieme nič o funkciách $f(n_1, n_2)$ a $b(n_1, n_2)$, nie je možné problém slepej dekonvolúcie vyriešiť. Je to analogické s prípadom hľadania dvoch čísel, ak máme známy len ich súčet. Na vyriešenie problému slepej dekonvolúcie potrebujeme mať aspoň nejaké informácie o $f(n_1, n_2)$, o $b(n_1, n_2)$, alebo o oboch funkciách. Algoritmy slepej dekonvolúcie sa líšia v závislosti od známej informácie a od spôsobu jej využitia.

Predpokladajme, že $f(n_1, n_2)$ a $b(n_1, n_2)$ sú konečné postupnosti a $F(z_1, z_2)$ a $B(z_1, z_2)$ reprezentujú signál po Z-transformácii. Potom $f(n_1, n_2)$ získame z konvolúcie $g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2)$ použitím polynomickej faktorizácie. Obraz konvolúcie v Z – oblasti $G(z_1, z_2)$ je daný súčinom $F(z_1, z_2) \cdot B(z_1, z_2)$. Ak $f(n_1, n_2)$ a $b(n_1, n_2)$ sú konečné postupnosti, potom $G(z_1, z_2)$ je dvojrozmerný polynóm konečného stupňa s argumentmi z_1^{-1} a z_2^{-1} . Navyše, ak $F(z_1, z_2)$ a $B(z_1, z_2)$ sú nefaktorizovateľné, potom jediné netriviálne faktory $G(z_1, z_2)$ sú $F(z_1, z_2)$ a $B(z_1, z_2)$. Polynomicke faktorizačné algoritmy, ktoré určujú netriviálne faktory $G(z_1, z_2)$ môžeme použiť pri určovaní $F(z_1, z_2)$ alebo $f(n_1, n_2)$. Bohužiaľ, tento spôsob slepej dekonvolúcie má praktické obmedzenia - algoritmy sú výpočtovo veľmi zložité. Okrem toho sú extrémne citlivé na akúkoľvek odchýlku od predpokladu $G(z_1, z_2) = F(z_1, z_2) \cdot B(z_1, z_2)$, resp. $g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2)$. No a v praxi nemôžeme konvolučný model považovať za presný, napríklad kvôli prítomnosti šumu na pozadí.

Jeden praktický algoritmus slepej dekonvolúcie je založený na predpoklade, že $|B(\omega_1, \omega_2)|$ je hladká funkcia. Tento predpoklad v niektorých aplikáciách naozaj platí. Ak je obraz zahmlený tenkou kruhovou šošovkou, modulačná prenosová funkcia $|H(\Omega_1, \Omega_2)|$ predstavuje hladký kruhovo-symetrický dolnopriepustný filter zobrazený na obr. 4.13. Pokiaľ je obraz zahmlený horizontálnym

pohybom, $B(\Omega_x, \Omega_y)$ je Si-funkcia a $|B(\Omega_x, \Omega_y)|$ je hladká okrem oblastí, kde $B(\Omega_x, \Omega_y)$ prechádza nulou.



Obr. 4.13 Modulačná prenosová funkcia tenkej kruhovej šošovky ako funkcia úrovne neostrosti. Vyššia hodnota zodpovedá vyššej úrovni neostrosti (Lim, 1990).

Na odhad $|B(\omega_1, \omega_2)|$ za predpokladu, že $|B(\omega_1, \omega_2)|$ je hladká funkcia, môžeme uvažovať, že

$$|G(\omega_1, \omega_2)| = |F(\omega_1, \omega_2)| \cdot |B(\omega_1, \omega_2)| \quad (4.41)$$

Príklady $|F(\omega_1, \omega_2)|$, $|B(\omega_1, \omega_2)|$ a $|G(\omega_1, \omega_2)|$ sú zobrazené na obr. 4.14a-c. Funkciu $|F(\omega_1, \omega_2)|$ môžeme zapísať ako súčet dvoch zložiek - hladkej funkcie $|F(\omega_1, \omega_2)|_L$ a rýchlo sa meniacej funkcie $|F(\omega_1, \omega_2)|_H$:

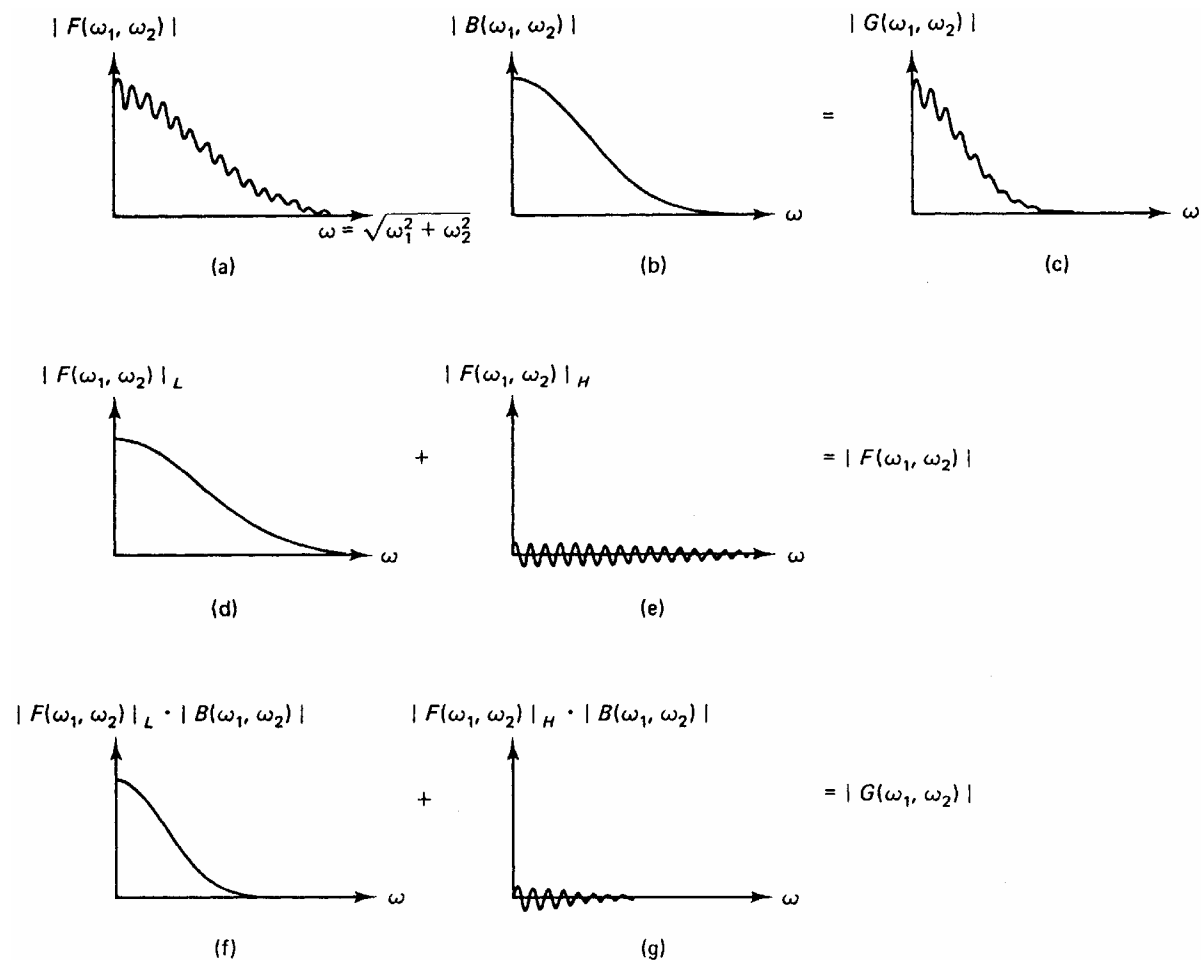
$$|F(\omega_1, \omega_2)| = |F(\omega_1, \omega_2)|_L + |F(\omega_1, \omega_2)|_H \quad (4.42)$$

Funkcie $|F(\omega_1, \omega_2)|_L$ a $|F(\omega_1, \omega_2)|_H$ pre $|F(\omega_1, \omega_2)|$ z obr. 4.14a sú znázornené na obr. 4.14d,e. Z rovníc (4.41) a (4.42) vyplýva

$$|F(\omega_1, \omega_2)|_L \cdot |B(\omega_1, \omega_2)| + |F(\omega_1, \omega_2)|_H \cdot |B(\omega_1, \omega_2)| = |G(\omega_1, \omega_2)| \quad (4.43)$$

Funkcie $|F(\omega_1, \omega_2)|_L \cdot |B(\omega_1, \omega_2)|$ a $|F(\omega_1, \omega_2)|_H \cdot |B(\omega_1, \omega_2)|$ pre tento príklad sú zobrazené na obr. 4.14f,g. Na rovnicu (4.43) aplikujeme operátor S . Za predpokladu, že vyhladzovací operátor S je lineárny, získame

$$S[|F(\omega_1, \omega_2)|_L \cdot |B(\omega_1, \omega_2)|] + S[|F(\omega_1, \omega_2)|_H \cdot |B(\omega_1, \omega_2)|] = S[|G(\omega_1, \omega_2)|] \quad (4.44)$$



Obr. 4.14 Vývoj metódy slepej dekonvolúcie (Lim, 1990).

Pretože $|F(\omega_1, \omega_2)|_L$ aj $|B(\omega_1, \omega_2)|$ sú hladké funkcie, vyhladzovanie takmer neovplyvní funkciu $|F(\omega_1, \omega_2)|_L \cdot |B(\omega_1, \omega_2)|$. Naopak, ako je zrejmé z obr. 4.14g, vyhladzovanie podstatne zredukuje druhú funkciu $|F(\omega_1, \omega_2)|_H \cdot |B(\omega_1, \omega_2)|$. Preto sa vzťah (4.44) zredukuje na

$$|F(\omega_1, \omega_2)|_L \cdot |B(\omega_1, \omega_2)| \approx S[G(\omega_1, \omega_2)] \quad (4.45)$$

z čoho

$$|B(\omega_1, \omega_2)| \approx \frac{S[G(\omega_1, \omega_2)]}{|F(\omega_1, \omega_2)|_L} \quad (4.46)$$

Rovnica (4.46) je základom pre odhad $|B(\omega_1, \omega_2)|$. Čitateľ $S[G(\omega_1, \omega_2)]$ môžeme určiť zo zahmleného obrazu $g(n_1, n_2)$. Menovateľ $|F(\omega_1, \omega_2)|_L$ určíme empiricky na základe znalosti, že funkcia $|F(\omega_1, \omega_2)|_L$ je približne rovnaká pre podobné druhy obrazov. Rozdiely v detailoch obrazu pôsobia prevažne na $|F(\omega_1, \omega_2)|_H$, ale nemajú významný vplyv na $|F(\omega_1, \omega_2)|_L$. Na základe tohto poznatku

$$|F(\omega_1, \omega_2)|_L \approx |F'(\omega_1, \omega_2)|_L \quad (4.47)$$

kde $|F'(\omega_1, \omega_2)|_L$ získame z originálneho nepoškodeného obrazu, ktorý je obsahovo podobný obrazu $f(n_1, n_2)$. Zo vzťahov (4.46) a (4.47)

$$|\hat{B}(\omega_1, \omega_2)| = \frac{S[|G(\omega_1, \omega_2)|]}{|F'(\omega_1, \omega_2)|_L} \quad (4.48)$$

Napriek rôznym predpokladom, ktoré sme použili pri odvodení rovnice (4.48), môžeme pomocou tohto vzťahu získať rozumný odhad zahmlenia $|B(\omega_1, \omega_2)|$. Tiež je možné logicky odvodiť výraz pre fázu $\theta_B(\omega_1, \omega_2)$ analogicky s výpočtom derivácie odhadu zahmlenia v rovn. (4.48). No kvôli nedostatku dobrých metód na výpočet fázy, $\theta_B(\omega_1, \omega_2)$ predpokladáme nulové. Po odhade funkcie zahmlenia môžeme na jej odstránenie použiť inverzný filter popísaný v predchádzajúcej kapitole.

Ďalšiu metódu slepej dekonvolúcie môžeme odvodiť za predpokladu, že efektívny rozmer $b(n_1, n_2)$ je oveľa menší ako rozmer $f(n_1, n_2)$. Pri tomto prístupe poškodený obraz $g(n_1, n_2)$ rozdelíme na bloky $g_{ij}(n_1, n_2)$ použitím neprekrývajúcich sa obdĺžnikových okien. Veľkosť okna volíme tak, aby bola oveľa väčšia ako efektívna veľkosť $b(n_1, n_2)$, ale pritom oveľa menšia ako veľkosť $f(n_1, n_2)$. Pre blok potom platí (Lim, 1990):

$$g_{ij}(n_1, n_2) \approx f_{ij}(n_1, n_2) * b(n_1, n_2) \quad (4.49)$$

kde $f_{ij}(n_1, n_2)$ je pôvodný obraz segmentovaný rovnakým oknom, ako sme použili na výpočet $g_{ij}(n_1, n_2)$. Rovnica (4.49) neplatí presne v blízkosti hraníc bloku, ale inak je dobrou reprezentáciou bloku obrazu. Z rovn. (4.49)

$$|G_{ij}(\omega_1, \omega_2)| \approx |F_{ij}(\omega_1, \omega_2)| \cdot |B(\omega_1, \omega_2)| \quad (4.50)$$

Sumáciou oboch strán vzťahu (4.50) na celom obraze a prepísaním výrazu dostaneme

$$|B(\omega_1, \omega_2)| \approx \frac{\sum_i \sum_j |G_{ij}(\omega_1, \omega_2)|}{\sum_i \sum_j |F_{ij}(\omega_1, \omega_2)|} \quad (4.51)$$

Rovnica (4.51) je základom pre odhad $|B(\omega_1, \omega_2)|$. Čitateľ získame z $g(n_1, n_2)$ a menovateľ môžeme určiť na základe empirického pozorovania

$$\sum_i \sum_j |F_{ij}(\omega_1, \omega_2)| \approx \sum_i \sum_j |F'_{ij}(\omega_1, \omega_2)| \quad (4.52)$$

kde $|F'(\omega_1, \omega_2)|$ získame z originálneho obrazu, ktorý je obsahovo podobný $f(n_1, n_2)$. Z výrazov (4.51) a (4.52) pre odhad zahmlenia $|B(\omega_1, \omega_2)|$ platí

$$|\hat{B}(\omega_1, \omega_2)| = \frac{\sum_i \sum_j |G_{ij}(\omega_1, \omega_2)|}{\sum_i \sum_j |F'_{ij}(\omega_1, \omega_2)|} \quad (4.53)$$

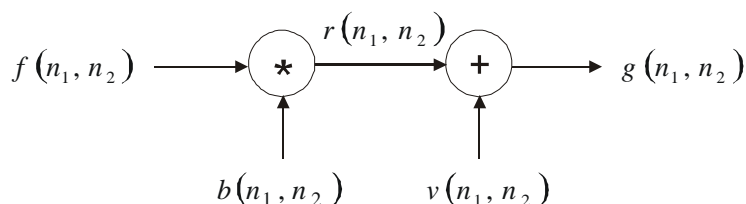
Účinnosť tejto metódy podľa vzťahu (4.53) je približne rovnaká ako účinnosť predchádzajúcej metódy slepej dekonvolúcie podľa vzťahu (4.48).

4.4 REDUKCIA ZAHMLENIA A ADITÍVNYCH NÁHODNÝCH ŠUMOV

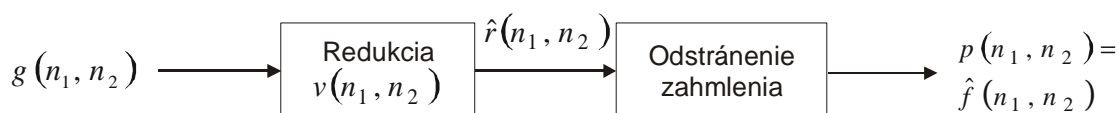
V praxi môže byť obraz súčasne rozmazaný a znehodnotený aditívnym náhodným šumom (Lim, 1990, Gonzalez, 1992):

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2) + v(n_1, n_2) \quad (4.54)$$

Tento proces degradácie je zobrazený na obr. 4.15. Jedna z možností, ako získať originál $f(n_1, n_2)$, sa skladá z dvoch krokov. Najprv aplikujeme systém redukcie šumu na odhad $r(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2)$ z $g(n_1, n_2)$ a následne systém redukcie zahmlenia na odhad originálu $f(n_1, n_2)$ z $r(n_1, n_2)$ – bloková schéma rekonštrukcie je na obr. 4.16.



Obr. 4.15 Model degradácie obrazu zahmlením a aditívnym náhodným šumom.



Obr. 4.16 Redukcia zahmlenia a aditívneho náhodného šumu kaskádovým zapojením dvoch systémov.

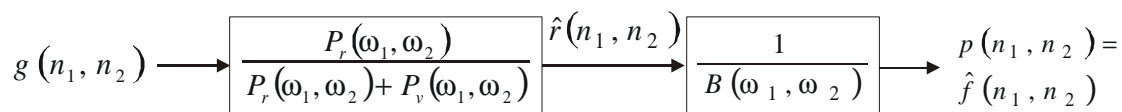
Z obr. 4.16 je zrejmé, že ak je obraz znehodnotený viac ako jedným typom degradácie, potom musíme vytvoriť algoritmy a postupy na odstránenie týchto typov degradácií a následne použiť kombináciu algoritmov na postupnú rekonštrukciu. Takýto prístup k rekonštrukcii degradovaného obrazu je v niektorých prípadoch naozaj optimálny. Predpokladajme, že obraz $f(n_1, n_2)$ a šum $v(n_1, n_2)$ sú lineárne nezávislé vzorky stacionárneho náhodného procesu s nulovou strednou hodnotou a zahmlenie $b(n_1, n_2)$ poznáme. Optimálny systém, ktorý minimalizuje $E[(f'(n_1, n_2) - f(n_1, n_2))^2]$, je lineárny systém invariantný voči posunu (linear shift-invariant system, LSI systém) s frekvenčnou charakteristikou $H(\omega_1, \omega_2)$ definovanou

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_f(\omega_1, \omega_2) B^*(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) |B(\omega_1, \omega_2)|^2 + P_v(\omega_1, \omega_2)} \quad (4.55)$$

Frekvenčnú charakteristiku z rovnice (4.55) môžeme upraviť do nasledovného tvaru

$$\begin{aligned} H(\omega_1, \omega_2) &= \frac{P_f(\omega_1, \omega_2) |B(\omega_1, \omega_2)|^2}{P_f(\omega_1, \omega_2) |B(\omega_1, \omega_2)|^2 + P_v(\omega_1, \omega_2)} \frac{1}{B(\omega_1, \omega_2)} = \\ &= \frac{P_r(\omega_1, \omega_2)}{P_r(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} \frac{1}{B(\omega_1, \omega_2)} \end{aligned} \quad (4.56)$$

Výraz $P_r(\omega_1, \omega_2)/(P_r(\omega_1, \omega_2)+P_v(\omega_1, \omega_2))$ reprezentuje systém redukujúci šum na základe Wienerovej filtrácie. Výraz $1/B(\omega_1, \omega_2)$ reprezentuje inverzný filter, ktorý umožňuje odhad originálu $f(n_1, n_2)$ z odhadu zahmleného obrazu – pozri obr. 4.17.



Obr. 4.17 Kaskádové zapojenie Wienerovho a inverzného filtra.

Pri postupnom spracovaní obrazu je veľmi dôležité uchovávať medzivýsledky s čo najväčšou presnosťou, aby sme zabránili vzniku kvantizačných chýb. Malé množstvo kvantizačného šumu síce nemusí byť viditeľné na medzivýsledku, no pri ďalšom spracovaní sa tento šum môže podstatne zvýrazniť (Lim, 1990).

4.5 REDUKCIA ŠUMOV ZÁVISLÝCH NA SIGNÁLE

Každý degradovaný obraz môžeme popísať vzťahom (Lim, 1990)

$$g(n_1, n_2) = D[f(n_1, n_2)] = f(n_1, n_2) + d(n_1, n_2) \quad (4.57a)$$

kde

$$d(n_1, n_2) = g(n_1, n_2) - f(n_1, n_2) \quad (4.57b)$$

pričom $D[\cdot]$ je operátor degradácie aplikovaný na originál $f(n_1, n_2)$. Ak $d(n_1, n_2)$ nie je funkciou $f(n_1, n_2)$, potom $d(n_1, n_2)$ nazývame *aditívny šum nezávislý na signále*. Naopak, ak je $d(n_1, n_2)$ funkciou $f(n_1, n_2)$, potom $d(n_1, n_2)$ nazývame *aditívny šum závislý na signále* alebo jednoducho *šum závislý na signále*. Príkladom závislých šumov sú znenie filmu alebo kvantizačný šum. Jedna možnosť, ako odstrániť šum závislý na signále, je transformovať $g(n_1, n_2)$ do oblasti, kde sa šum zmení na aditívny šum nezávislý na signále: Tento potom odstránime napríklad Wienerovou filtráciou. Iná možnosť je odstraňovať závislý šum pomocou vhodnej metódy priamo v signálovej oblasti, bez použitia transformácie.

4.5.1 Transformácia na aditívny šum nezávislý na signále

Predpokladajme, že vieme nájsť taký operátor $T[\cdot]$, ktorý vykoná transformáciu

$$T[g(n_1, n_2)] = T[f(n_1, n_2) + d(n_1, n_2)] = T_1[f(n_1, n_2)] + v(n_1, n_2) \quad (4.58)$$

kde $v(n_1, n_2)$ je aditívny šum nezávislý na signále, pričom operátor $T_1[\cdot]$ môže byť rôzny od operátora $T[\cdot]$. Spôsob, ako rekonštruovať $f(n_1, n_2)$ z degradovaného signálu $g(n_1, n_2)$, spočíva v odhade $T_1[f(n_1, n_2)]$ redukovaním aditívneho šumu nezávislého na signále, t.j. $v(n_1, n_2)$, a v následnom odhade originálu $f(n_1, n_2)$. Vychádzame z úvahy, že redukovať šum nezávislý na signále je oveľa jednoduchšie, než redukovať závislý šum, pričom na redukciu nezávislého šumu už existuje množstvo algoritmov (Andrews, 1977, Gonzalez, 1987, Lim, 1990).

Na ilustrovanie princípu redukcie šumu závislého na signále uvažujme problém odstraňovania *multiplikatívneho šumu* (Lim, 1990). Obraz znehodnotený multiplikatívnym šumom môžeme vyjadriť

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) \cdot v(n_1, n_2) \quad (4.59)$$

kde, $v(n_1, n_2)$ je náhodný šum, ktorý nie je funkciou obrazového signálu $f(n_1, n_2)$. Použitím operátora logaritmu na rovnicu (4.59) dostávame

$$T[g(n_1, n_2)] = \log g(n_1, n_2) = \log f(n_1, n_2) + \log v(n_1, n_2) \quad (4.60)$$

Ak nahradíme $\log g(n_1, n_2)$ výrazom $g'(n_1, n_2)$, a podobne upravíme aj $\log f(n_1, n_2)$ a $\log v(n_1, n_2)$, získame

$$g'(n_1, n_2) = f'(n_1, n_2) + v'(n_1, n_2) \quad (4.61)$$

Multiplikatívny šum $v(n_1, n_2)$ sme teda transformovali na aditívny šum $v'(n_1, n_2)$. Následne môžeme aplikovať algoritmy vyvinuté na odstránenie aditívneho šumu. Výsledný obraz po rekonštrukcii získame odlogaritmovaním exponenciálnou funkciou. Schéma popísaného systému je znázornená na obr. 4.18.

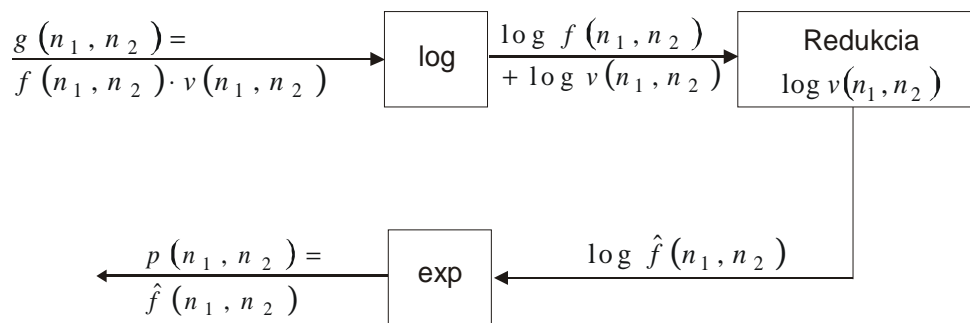
Zahmlenie obrazu môžeme tiež považovať za šum závislý na signále. Inverzný filter vyvinutý na odstránenie zahmlenia predstavuje v podstate transformáciu zahmlenia na aditívny šum nezávislý na signále, redukciu tohto šumu a následnú spätnú transformáciu do signálovej oblasti. Podľa modelu degradácie obrazu zahmlením:

$$G(\omega_1, \omega_2) = F(\omega_1, \omega_2)B(\omega_1, \omega_2) \quad (4.62)$$

pričom transformáciu vykonáme pomocou komplexného logaritmu

$$\log G(\omega_1, \omega_2) = \log F(\omega_1, \omega_2) + \log B(\omega_1, \omega_2) \quad (4.63)$$

Postup redukcie zahmlenia je podobný ako pri redukcii multiplikatívneho šumu s tým rozdielom, že systém z obr. 4.18 aplikujeme vo frekvenčnej oblasti.



Obr. 4.18 Systém na redukciu multiplikatívneho šumu.